

TL IV: Thermodynamik für Lehramt im WS 2005/2006

Prof. Dr. Th. Franosch

Übungsblatt 11

Übung 1

Berechnen Sie die Oberfläche K_d der d -dimensionalen Einheitssphäre, indem Sie

$$\int d^d x \exp(-\mathbf{x}^2), \quad \mathbf{x}^2 = x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_d^2$$

sowohl in kartesischen als auch in Kugelkoordinaten ausrechnen. Verwenden Sie dazu

$$\int_0^\infty t^{r-1} \exp(-t) dt = \Gamma(r) \quad .$$

Übung 2

Ein System habe N Mikrozustände. Mit Wahrscheinlichkeit ω_i befinde es sich im Zustand $i, i = 1, \dots, N$. Das Funktional I sei durch

$$I[\omega_1, \dots, \omega_N] = - \sum_{i=1}^N \omega_i \ln \omega_i$$

definiert.

Finden Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung $\omega_1, \dots, \omega_N$, die I maximiert, unter den Nebenbedingungen

- daß nur die Normierung der Wahrscheinlichkeitsverteilung gefordert wird: $\sum_{i=1}^N \omega_i = 1$
- daß zusätzlich der Erwartungswert einer Größe A als $a = \langle A \rangle = \sum_{i=1}^N A_i \omega_i$ bekannt ist.

Hinweis: Verwenden Sie Lagrange-Multiplikatoren, um die Zwangsbedingungen zu berücksichtigen.

Übung 3

Betrachten Sie ein Mol eines klassischen Gas in einem Behälter. Jedes Gasteilchen kann sich mit gleicher Wahrscheinlichkeit in der linken oder in der rechten Hälfte des Behälters befinden. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, daß alle Gasteilchen in der linken Hälfte befindlich sind. Schätzen Sie weiterhin die Wahrscheinlichkeit ab, mit der zwischen linker und rechter Hälfte ein Teilchenzahlunterschied von 10^{-5} Mol auftritt.

Hinweis: Benutzen Sie die Stirling-Formel $n! \approx \left(\frac{n}{e}\right)^n \sqrt{2\pi n}$.

Übung 4

Nehmen Sie an, daß 5 von 100 Männern sowie 25 von 10000 Frauen farbenblind sind. Eine farbenblinde Person wird zufällig ausgewählt. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß diese männlich ist? (Nehmen Sie an, daß es ebenso viele Männer wie Frauen gibt.)