

Gittergase

Meike Kloster

22. Juni 2006

Übersicht

- 1 Einführung**
- 2 Ising Modell
 - Grundlagen
 - eindimensionales Ising Modell
 - zweidimensionales Ising Modell
- 3 **Gittergas Modell**
 - Grundlagen
 - Ising Modell vs Gittergas Modell
 - Phasentrennung im Gittergas Modell
- 4 binäre Mischungen
- 5 Zusammenfassung

Übersicht

1 Einführung

2 Ising Modell

- Grundlagen
- eindimensionales Ising Modell
- zweidimensionales Ising Modell

3 Gittergas Modell

- Grundlagen
- Ising Modell vs Gittergas Modell
- Phasentrennung im Gittergas Modell

4 binäre Mischungen

5 Zusammenfassung

Übersicht

- 1 Einführung
- 2 Ising Modell
 - Grundlagen
 - eindimensionales Ising Modell
 - zweidimensionales Ising Modell
- 3 Gittergas Modell
 - Grundlagen
 - Ising Modell vs Gittergas Modell
 - Phasentrennung im Gittergas Modell
- 4 binäre Mischungen
- 5 Zusammenfassung

Übersicht

- 1 Einführung
- 2 Ising Modell
 - Grundlagen
 - eindimensionales Ising Modell
 - zweidimensionales Ising Modell
- 3 Gittergas Modell
 - Grundlagen
 - Ising Modell vs Gittergas Modell
 - Phasentrennung im Gittergas Modell
- 4 binäre Mischungen
- 5 Zusammenfassung

Übersicht

- 1 Einführung
- 2 Ising Modell
 - Grundlagen
 - eindimensionales Ising Modell
 - zweidimensionales Ising Modell
- 3 Gittergas Modell
 - Grundlagen
 - Ising Modell vs Gittergas Modell
 - Phasentrennung im Gittergas Modell
- 4 binäre Mischungen
- 5 Zusammenfassung

Ferromagnetismus

- quantenphysikalischer Effekt („Austauschkopplung“) bewirkt Wechselwirkung zwischen Elektronenspins
- Ausrichtung benachbarter Spins ohne äußeres Magnetfeld („spontane Magnetisierung“)
- oberhalb T_c („Curie - Temperatur“) keine Austauschkopplung

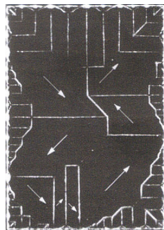


Abbildung: aus Halliday, Resnick, Walker; Physik

Ferromagnetismus

- quantenphysikalischer Effekt („Austauschkopplung“) bewirkt Wechselwirkung zwischen Elektronenspins
- Ausrichtung benachbarter Spins ohne äußeres Magnetfeld („spontane Magnetisierung“)
- oberhalb T_C („Curie - Temperatur“) keine Austauschkopplung

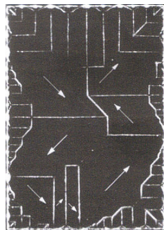


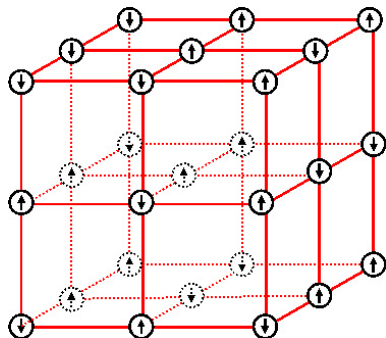
Abbildung: aus Halliday, Resnick, Walker; Physik

Die Idee

$$\sigma_i = \pm 1$$

i-ter Gitterpunkt \uparrow : $\sigma_i = +1$

i-ter Gitterpunkt \downarrow : $\sigma_i = -1$



Hamiltonfunktion und Zustandssumme

- Spins wechselwirken untereinander durch Austauschwechselwirkungen J_{ij} , K_{ijk} , ..., die zwei, drei, ... Spins verknüpfen
- falls $J_{ij} > 0$ ist es energetisch günstig, wenn sich benachbarte Spins parallel ausrichten \rightarrow Ferromagnetismus
($J_{ij} < 0 \rightarrow$ Antiferromagnetismus)
- Spins wechselwirken mit externem magnetischen Feld $\vec{B} = (0, 0, B_0)$

$$H = -\mu B \sum_i \sigma_i - \sum_{ij} J_{ij} \sigma_i \sigma_j$$

Hamiltonfunktion und Zustandssumme

- Spins wechselwirken untereinander durch Austauschwechselwirkungen J_{ij} , K_{ijk} , ..., die zwei, drei, ... Spins verknüpfen
- falls $J_{ij} > 0$ ist es energetisch günstig, wenn sich benachbarte Spins parallel ausrichten \rightarrow Ferromagnetismus
($J_{ij} < 0 \rightarrow$ Antiferromagnetismus)
- Spins wechselwirken mit externem magnetischen Feld $\vec{B} = (0, 0, B_0)$

$$H = -\mu B \sum_i \sigma_i - \sum_{i,j} J_{ij} \sigma_i \sigma_j$$

Hamiltonfunktion und Zustandssumme

- Spins wechselwirken untereinander durch Austauschwechselwirkungen J_{ij} , K_{ijk} , ..., die zwei, drei, ... Spins verknüpfen
- falls $J_{ij} > 0$ ist es energetisch günstig, wenn sich benachbarte Spins parallel ausrichten \rightarrow Ferromagnetismus
($J_{ij} < 0 \rightarrow$ Antiferromagnetismus)
- Spins wechselwirken mit externem magnetischen Feld $\vec{B} = (0, 0, B_0)$

$$H = -\mu B \sum_i \sigma_i - \sum_{ij} J_{ij} \sigma_i \sigma_j$$

Hamiltonfunktion und Zustandssumme

- Spins wechselwirken untereinander durch Austauschwechselwirkungen J_{ij} , K_{ijk} , ..., die zwei, drei, ... Spins verknüpfen
- falls $J_{ij} > 0$ ist es energetisch günstig, wenn sich benachbarte Spins parallel ausrichten \rightarrow Ferromagnetismus
($J_{ij} < 0 \rightarrow$ Antiferromagnetismus)
- Spins wechselwirken mit externem magnetischen Feld $\vec{B} = (0, 0, B_0)$

$$H = -\mu B \sum_i \sigma_i - \sum_{i,j} J_{ij} \sigma_i \sigma_j$$

Hamiltonfunktion und Zustandssumme

$$\begin{aligned}
 Z &= \sum_i \exp(-\beta H) \\
 &= \sum_{\sigma_1=\pm 1} \sum_{\sigma_2=\pm 1} \dots \sum_{\sigma_N=\pm 1} \exp(\beta(\sum_{i,j} J_{ij}\sigma_i\sigma_j + \mu B \sum_i \sigma_i))
 \end{aligned}$$

$$M(B, T) = \mu \langle \sigma_i \rangle$$

Falls $B = 0$, heißt M „spontane Magnetisierung“ M_s

Hamiltonfunktion und Zustandssumme

$$\begin{aligned} Z &= \sum_i \exp(-\beta H) \\ &= \sum_{\sigma_1=\pm 1} \sum_{\sigma_2=\pm 1} \dots \sum_{\sigma_N=\pm 1} \exp(\beta(\sum_{i,j} J_{ij}\sigma_i\sigma_j + \mu B \sum_i \sigma_i)) \end{aligned}$$

$$M(B, T) = \mu \langle \sigma_i \rangle$$

Falls $B = 0$, heißt M „spontane Magnetisierung“ M_s

Hamiltonfunktion und Zustandssumme

$$\begin{aligned} Z &= \sum_i \exp(-\beta H) \\ &= \sum_{\sigma_1=\pm 1} \sum_{\sigma_2=\pm 1} \dots \sum_{\sigma_N=\pm 1} \exp(\beta(\sum_{i,j} J_{ij}\sigma_i\sigma_j + \mu B \sum_i \sigma_i)) \end{aligned}$$

$$M(B, T) = \mu \langle \sigma_i \rangle$$

Falls $B = 0$, heißt M „spontane Magnetisierung“ M_s

Hamiltonfunktion und Zustandssumme



$$B = 0$$

$$J_i \equiv J \quad \forall i$$

$$H = -J \sum_i \sigma_i \sigma_{i+1}$$

$$Z = 2^N \cosh^{N-1}(\beta J)$$

Hamiltonfunktion und Zustandssumme



$$B = 0$$

$$J_i \equiv J \quad \forall i$$

$$H = -J \sum_i \sigma_i \sigma_{i+1}$$

$$Z = 2^N \cosh^{N-1}(\beta J)$$

Hamiltonfunktion und Zustandssumme



$$B = 0$$

$$J_i \equiv J \quad \forall i$$

$$H = -J \sum_i \sigma_i \sigma_{i+1}$$

$$Z = 2^N \cosh^{N-1}(\beta J)$$

Tritt für $d = 1$ ein Phasenübergang auf?

Zustand, in dem alle Spins parallel sind:



$$S = 0$$

$$E = -NJ$$

$$F_1 = U - TS = -NJ$$

Zustand mit zwei Domänen:



$$S = k_B \ln N$$

$$E = -(N-1)J + J$$

$$= -NJ + 2J$$

$$F_2 = -NJ + 2J - k_B T \ln N$$

$$\Delta F = F_2 - F_1 = 2J - k_B T \ln N$$

Tritt für $d = 1$ ein Phasenübergang auf?

Zustand, in dem alle Spins parallel sind:



$$S = 0$$

$$E = -NJ$$

$$F_1 = U - TS = -NJ$$

Zustand mit zwei Domänen:



$$S = k_B \ln N$$

$$E = -(N-1)J + J$$

$$= -NJ + 2J$$

$$F_2 = -NJ + 2J - k_B T \ln N$$

$$\Delta F = F_2 - F_1 = 2J - k_B T \ln N$$

Tritt für $d = 1$ ein Phasenübergang auf?

Zustand, in dem alle Spins parallel sind:



$$S = 0$$

$$E = -NJ$$

$$F_1 = U - TS = -NJ$$

Zustand mit zwei Domänen:



$$S = k_B \ln N$$

$$E = -(N-1)J + J$$

$$= -NJ + 2J$$

$$F_2 = -NJ + 2J - k_B T \ln N$$

$$\Delta F = F_2 - F_1 = 2J - k_B T \ln N$$

Tritt für $d = 1$ ein Phasenübergang auf?

Zustand, in dem alle Spins parallel sind:



$$S = 0$$

$$E = -NJ$$

$$F_1 = U - TS = -NJ$$

Zustand mit zwei Domänen:



$$S = k_B \ln N$$

$$E = -(N-1)J + J$$

$$= -NJ + 2J$$

$$F_2 = -NJ + 2J - k_B T \ln N$$

$$\Delta F = F_2 - F_1 = 2J - k_B T \ln N$$

Tritt für $d = 1$ ein Phasenübergang auf?

Zustand, in dem alle Spins parallel sind:



$$S = 0$$

$$E = -NJ$$

$$F_1 = U - TS = -NJ$$

Zustand mit zwei Domänen:



$$S = k_B \ln N$$

$$E = -(N-1)J + J$$

$$= -NJ + 2J$$

$$F_2 = -NJ + 2J - k_B T \ln N$$

$$\Delta F = F_2 - F_1 = 2J - k_B T \ln N$$

Tritt für $d = 1$ ein Phasenübergang auf?

Zustand, in dem alle Spins parallel sind:



$$S = 0$$

$$E = -NJ$$

$$F_1 = U - TS = -NJ$$

Zustand mit zwei Domänen:



$$S = k_B \ln N$$

$$E = -(N-1)J + J$$

$$= -NJ + 2J$$

$$F_2 = -NJ + 2J - k_B T \ln N$$

$$\Delta F = F_2 - F_1 = 2J - k_B T \ln N$$

Tritt für $d = 1$ ein Phasenübergang auf?

Zustand, in dem alle Spins parallel sind:



$$S = 0$$

$$E = -NJ$$

$$F_1 = U - TS = -NJ$$

Zustand mit zwei Domänen:



$$S = k_B \ln N$$

$$E = -(N-1)J + J$$

$$= -NJ + 2J$$

$$F_2 = -NJ + 2J - k_B T \ln N$$

$$\Delta F = F_2 - F_1 = 2J - k_B T \ln N$$

Tritt für $d = 1$ ein Phasenübergang auf?

Zustand, in dem alle Spins parallel sind:



$$S = 0$$

$$E = -NJ$$

$$F_1 = U - TS = -NJ$$

Zustand mit zwei Domänen:



$$S = k_B \ln N$$

$$E = -(N-1)J + J$$

$$= -NJ + 2J$$

$$F_2 = -NJ + 2J - k_B T \ln N$$

$$\Delta F = F_2 - F_1 = 2J - k_B T \ln N$$

errechneter Wert für $M_S(T)$

$$M_S = \begin{cases} 0 & T > 0 \\ \mu & T = 0 \end{cases}$$

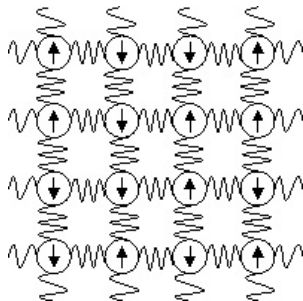


Hamiltonfunktion und Zustandssumme

$$H = -J \sum_{i,j} \sigma_i \sigma_j$$

$$Z = 2^N \cosh^{2N}(\beta J) \left\{ \prod_{q_1, q_2} \left[(1 + v^2)^2 - 2v (1 - v^2) (\cos q_1 + \cos q_2) \right] \right\}^{\frac{1}{2}}$$

mit $v = \tanh(\beta J)$ und $q_i = \frac{2\pi}{N_i} (1, 2, \dots, N_i)$

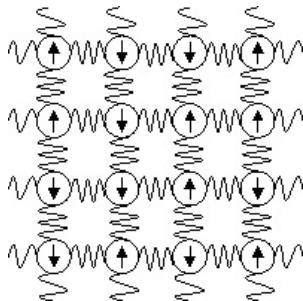


Hamiltonfunktion und Zustandssumme

$$H = -J \sum_{i,j} \sigma_i \sigma_j$$

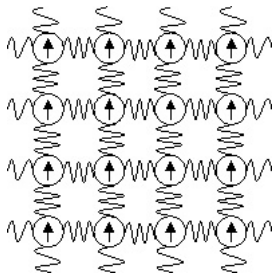
$$Z = 2^N \cosh^{2N}(\beta J) \left\{ \prod_{q_1, q_2} \left[(1 + v^2)^2 - 2v (1 - v^2) (\cos q_1 + \cos q_2) \right] \right\}^{\frac{1}{2}}$$

mit $v = \tanh(\beta J)$ und $q_i = \frac{2\pi}{N_i} (1, 2, \dots, N_i)$



Tritt für $d = 2$ ein Phasenübergang auf?

Zustand, in dem alle Spins parallel sind:



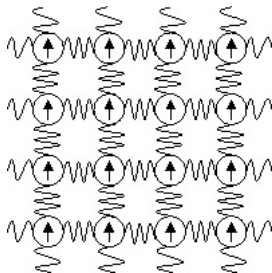
$$S = 0$$

$$E = -JNn$$

$$= F_1$$

Tritt für $d = 2$ ein Phasenübergang auf?

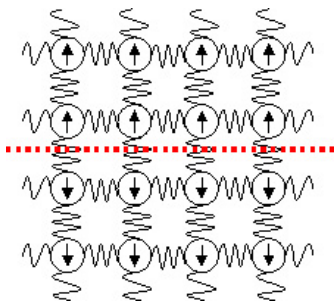
Zustand, in dem alle Spins parallel sind:



$$\begin{aligned} S &= 0 \\ E &= -JNn \\ &= F_1 \end{aligned}$$

Tritt für $d = 2$ ein Phasenübergang auf?

Zustand mit zwei Domänen:



$$S \approx nk_B \ln(z - 1)$$

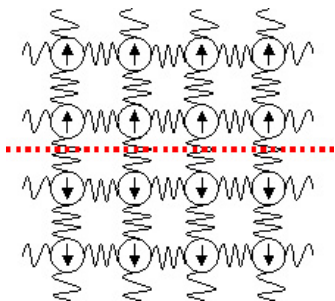
$$E = -(N - 1) Jn$$

$$= -JNn + 2Jn$$

$$F_2 \approx -JNn + 2Jn - k_B Tn \ln(z - 1)$$

Tritt für $d = 2$ ein Phasenübergang auf?

Zustand mit zwei Domänen:



$$S \approx nk_B \ln(z - 1)$$

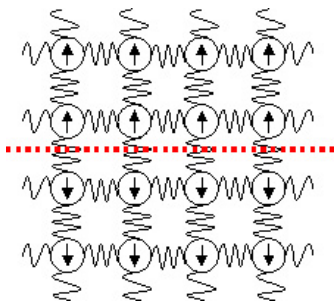
$$E = -(N - 1) Jn$$

$$= -JNn + 2Jn$$

$$F_2 \approx -JNn + 2Jn - k_B Tn \ln(z - 1)$$

Tritt für $d = 2$ ein Phasenübergang auf?

Zustand mit zwei Domänen:



$$\begin{aligned} S &\approx nk_B \ln(z - 1) \\ E &= -(N - 1) Jn \\ &= -JNn + 2Jn \\ F_2 &\approx -JNn + 2Jn - k_B Tn \ln(z - 1) \end{aligned}$$

geschätzter und exakter Wert für T_c

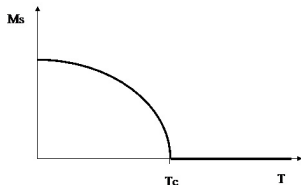
$$\begin{aligned}\Delta F &\approx F_2 - F_1 \\ &\approx n(2J - k_B T \ln(z - 1))\end{aligned}$$

$$T_c \approx \frac{2J}{k_B \ln(z - 1)}$$

für kubisches Gitter: $T_c \approx 1,82 \frac{J}{k_B}$

exakter Wert :

$$T_c = 2,27 \frac{J}{k_B}$$



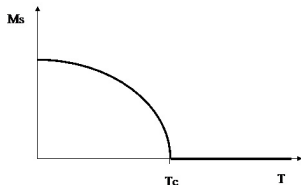
geschätzter und exakter Wert für T_c

$$\begin{aligned}\Delta F &\approx F_2 - F_1 \\ &\approx n(2J - k_B T \ln(z - 1)) \\ T_c &\approx \frac{2J}{k_B \ln(z - 1)}\end{aligned}$$

für kubisches Gitter: $T_c \approx 1,82 \frac{J}{k_B}$

exakter Wert :

$$T_c = 2,27 \frac{J}{k_B}$$



geschätzter und exakter Wert für T_c

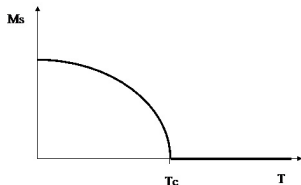
$$\begin{aligned}\Delta F &\approx F_2 - F_1 \\ &\approx n(2J - k_B T \ln(z - 1))\end{aligned}$$

$$T_c \approx \frac{2J}{k_B \ln(z - 1)}$$

für kubisches Gitter: $T_c \approx 1,82 \frac{J}{k_B}$

exakter Wert :

$$T_c = 2,27 \frac{J}{k_B}$$



geschätzter und exakter Wert für T_c

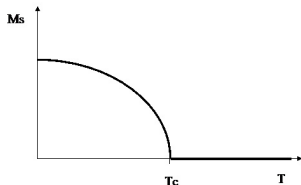
$$\begin{aligned}\Delta F &\approx F_2 - F_1 \\ &\approx n(2J - k_B T \ln(z - 1))\end{aligned}$$

$$T_c \approx \frac{2J}{k_B \ln(z - 1)}$$

für kubisches Gitter: $T_c \approx 1,82 \frac{J}{k_B}$

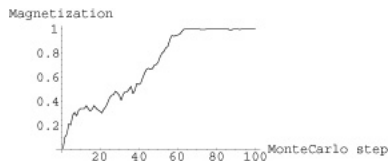
exakter Wert :

$$T_c = 2,27 \frac{J}{k_B}$$



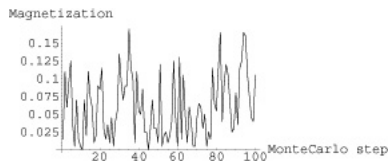
$$B = 0, J = 1$$

film1



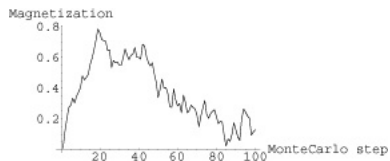
$$B = 0, J = 0,2$$

film2



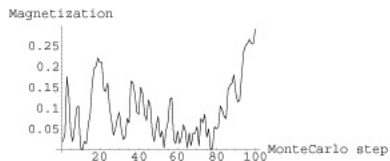
$$B = 0, J = 0,4$$

film3



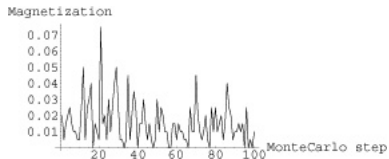
$$B = 0, J = 0,5$$

film4



$$B = 0, J = -0,5$$

film5



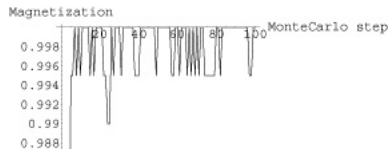
$$B = 2, J = 0,4$$

film6



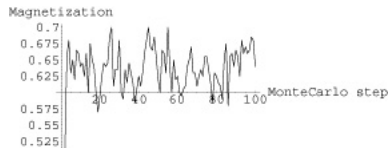
$$B = -2, J = 0,4$$

film7



$$B = -2, J = -0,4$$

film8



Grundlagen

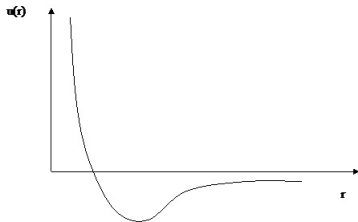
Klassische Flüssigkeit:

M Moleküle an Punkten

$$\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_M$$

im kontinuierlichen Volumen V

$$E(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_M) = \sum_{i < j} u(|\vec{r}_i - \vec{r}_j|)$$



Gittergas Modell:

M Moleküle an Gitterpunkten eines
regelmäßigen Gitters

$$\epsilon_k = u(r_k)$$

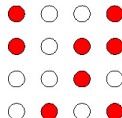
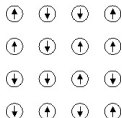
r_k : Abstand zum k-ten Nachbarn

$\epsilon_1 = \infty \rightarrow$ nearest-neighbour exclusion
model

$\epsilon_1 = \epsilon_2 = \dots = \epsilon_m = \infty \rightarrow$ m-th
neighbour exclusion model

Einfaches Gittergas: $\epsilon_k = 0$ für $k > 1$

Äquivalenz



Ising Modell

i-ter Gitterpunkt Spin-up:

$$\Rightarrow \sigma_i = +1$$

i-ter Gitterpunkt Spin-down:

$$\Rightarrow \sigma_i = -1$$

Gittergas Modell

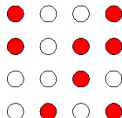
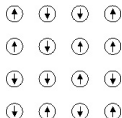
i-ter Gitterpunkt

besetzt: $\Rightarrow n_i = 1$

i-ter Gitterpunkt

unbesetzt: $\Rightarrow n_i = 0$

Äquivalenz



Ising Modell

i-ter Gitterpunkt Spin-up:

$$\Rightarrow \sigma_i = +1$$

i-ter Gitterpunkt Spin-down:

$$\Rightarrow \sigma_i = -1$$

Gittergas Modell

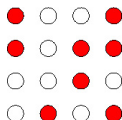
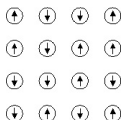
i-ter Gitterpunkt

besetzt: $\Rightarrow n_i = 1$

i-ter Gitterpunkt

unbesetzt: $\Rightarrow n_i = 0$

Äquivalenz



Ising Modell

i-ter Gitterpunkt Spin-up:

$$\Rightarrow \sigma_i = +1$$

i-ter Gitterpunkt Spin-down:

$$\Rightarrow \sigma_i = -1$$

Gittergas Modell

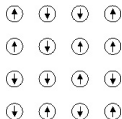
i-ter Gitterpunkt

besetzt: $\Rightarrow n_i = 1$

i-ter Gitterpunkt

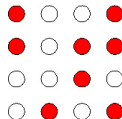
unbesetzt: $\Rightarrow n_i = 0$

Äquivalenz



Ising Modell

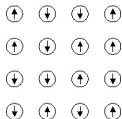
Magnetisierung: $M = \mu \langle \sigma_i \rangle$



Gittergas Modell

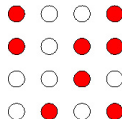
Teilchendichte: $\rho = \langle n_i \rangle$

Äquivalenz



Ising Modell

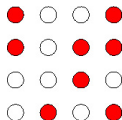
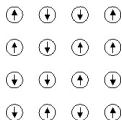
Magnetisierung: $M = \mu \langle \sigma_i \rangle$



Gittergas Modell

Teilchendichte: $\rho = \langle n_i \rangle$

Äquivalenz



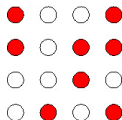
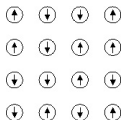
Ising Modell

$$H = - \sum_{i,j} J \sigma_i \sigma_j$$

Gittergas Modell

$$H = - \sum_{i,j} \epsilon n_i n_j$$

Äquivalenz



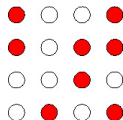
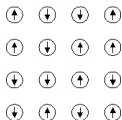
Ising Modell

$$H = - \sum_{i,j} J \sigma_i \sigma_j$$

Gittergas Modell

$$H = - \sum_{i,j} \epsilon n_i n_j$$

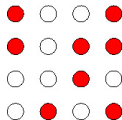
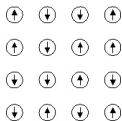
Äquivalenz



Äquivalenz zwischen Ising Modell und Gittergas Modell

$$n_i = \frac{1}{2} (1 + \sigma_i)$$
$$\epsilon = 4J$$

Äquivalenz



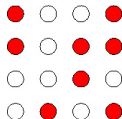
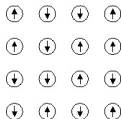
$$\tilde{H}_{I.M.} = -J \sum_{i,j} \sigma_i \sigma_j - \mu N$$

$$\begin{aligned} \tilde{H} &= -\epsilon \sum_{i,j} n_i n_j - \mu M \\ &= -\frac{1}{8} N (4\mu + Z\epsilon) + \tilde{H}_{I.M.} \end{aligned}$$

$$\Xi_{I.M.} = \text{Tr} \exp \left(-\beta \tilde{H}_{I.M.} \right)$$

$$\Xi = \text{Tr} \exp \left(\beta \left(\frac{1}{8} N (4\mu + Z\epsilon) - \tilde{H}_{I.M.} \right) \right)$$

Unterschiede



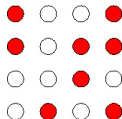
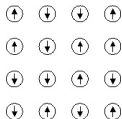
Ising Modell

Anzahl Spin up (down) ist variabel
Spins wechselwirken untereinander immer

Gittergas Modell

Anzahl der Teilchen ist konstant
unbesetzte Gitterpunkte wechselwirken nicht

Unterschiede



Ising Modell

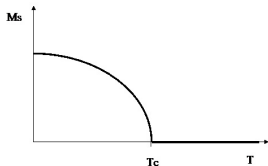
Anzahl Spin up (down) ist variabel
Spins wechselwirken untereinander immer

Gittergas Modell

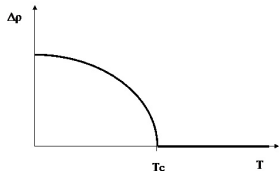
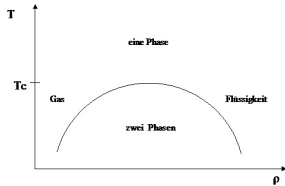
Anzahl der Teilchen ist konstant
unbesetzte Gitterpunkte wechselwirken nicht

Phasentrennung im Gittergas Modell

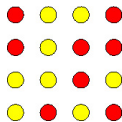
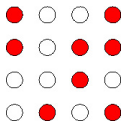
Ising Modell: spontane
Magnetisierung $M_s(T)$



Gittergas Modell:
Dichtedifferenz
 $\rho_{fl} - \rho_{gas} = \Delta\rho$



binäre Mischungen



Gittergas Modell

i-ter Gitterpunkt

besetzt: $\Rightarrow n_i = 1$

i-ter Gitterpunkt

unbesetzt: $\Rightarrow n_i = 0$

binäre Mischung

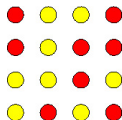
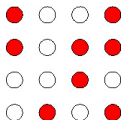
i-ter Gitterpunkt von Teilchen

der Sorte A besetzt: $\Rightarrow n_i = 1$

i-ter Gitterpunkt von Teilchen

der Sorte B besetzt: $\Rightarrow n_i = 0$

binäre Mischungen



Gittergas Modell

i-ter Gitterpunkt

besetzt: $\Rightarrow n_i = 1$

i-ter Gitterpunkt

unbesetzt: $\Rightarrow n_i = 0$

binäre Mischung

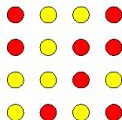
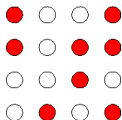
i-ter Gitterpunkt von Teilchen

der Sorte A besetzt: $\Rightarrow n_i = 1$

i-ter Gitterpunkt von Teilchen

der Sorte B besetzt: $\Rightarrow n_i = 0$

binäre Mischungen



Gittergas Modell

i-ter Gitterpunkt

besetzt: $\Rightarrow n_i = 1$

i-ter Gitterpunkt

unbesetzt: $\Rightarrow n_i = 0$

binäre Mischung

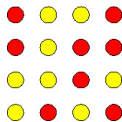
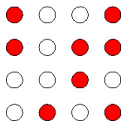
i-ter Gitterpunkt von Teilchen

der Sorte A besetzt: $\Rightarrow n_i = 1$

i-ter Gitterpunkt von Teilchen

der Sorte B besetzt: $\Rightarrow n_i = 0$

binäre Mischungen



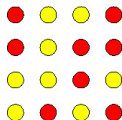
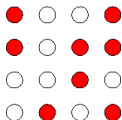
Gittergas Modell

$$H = - \sum_{i,j} \epsilon n_i n_j$$

binäre Mischung

$$\begin{aligned} H &= \epsilon_{AA} \sum_{i,j} n_i n_j \\ &+ \epsilon_{BB} \sum_{i,j} (1 - n_i) (1 - n_j) \\ &+ \epsilon_{AB} \sum_{i,j} n_i (1 - n_j) + (1 - n_i) n_j \end{aligned}$$

binäre Mischungen



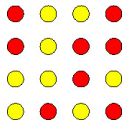
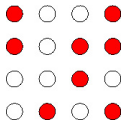
Gittergas Modell

$$H = - \sum_{i,j} \epsilon n_i n_j$$

binäre Mischung

$$\begin{aligned} H &= \epsilon_{AA} \sum_{i,j} n_i n_j \\ &+ \epsilon_{BB} \sum_{i,j} (1 - n_i) (1 - n_j) \\ &+ \epsilon_{AB} \sum_{i,j} n_i (1 - n_j) + (1 - n_i) n_j \end{aligned}$$

binäre Mischungen



Äquivalenz zwischen Gittergas Modell und binärer Mischung

$$\epsilon = 2\epsilon_{AB} + \epsilon_{AA} + \epsilon_{BB}$$

$$\mu = \mu_A - \mu_B - Z(\epsilon_{AB} - \epsilon_{BB})$$

Zusammenfassung

- das Ising Modell beschreibt eine ferromagnetische Substanz und zeigt einen Phasenübergang für $d \geq 2$
- die thermodynamischen Funktionen des Gittergases können aus denen des äquivalenten Ising Modells gewonnen werden
- mit Hilfe des Ising Modells können viele andere Systeme, wie zum Beispiel binäre Mischungen, beschrieben werden

Zusammenfassung

- das Ising Modell beschreibt eine ferromagnetische Substanz und zeigt einen Phasenübergang für $d \geq 2$
- die thermodynamischen Funktionen des Gittergases können aus denen des äquivalenten Ising Modells gewonnen werden
- mit Hilfe des Ising Modells können viele andere Systeme, wie zum Beispiel binäre Mischungen, beschrieben werden

Zusammenfassung

- das Ising Modell beschreibt eine ferromagnetische Substanz und zeigt einen Phasenübergang für $d \geq 2$
- die thermodynamischen Funktionen des Gittergases können aus denen des äquivalenten Ising Modells gewonnen werden
- mit Hilfe des Ising Modells können viele andere Systeme, wie zum Beispiel binäre Mischungen, beschrieben werden